В задаче требуется оценка погрешностей!

Внимание! Не повреждайте трубку и не оставляйте на ней пометок!

Часть 1. Теоретическая

Упругие свойства твердого тела зависят как от геометрических параметров конкретного образца, так и от свойств вещества, из которого он состоит. Для описания упругих свойств при малых деформациях достаточно двух характеристик: модуля Юнга E и коэффициента Пуассона μ.

Модуль Юнга определяется как коэффициент пропорциональности в формуле, связывающей напряжение σ, возникающее в образце при его продольном растяжении, и относительное удлинение образца $\varepsilon_{||} = \Delta l/l$ (см. рисунок 1):

$$\sigma = E\varepsilon_{||}, \tag{1}$$

где по определению $\sigma = F_n/S$.

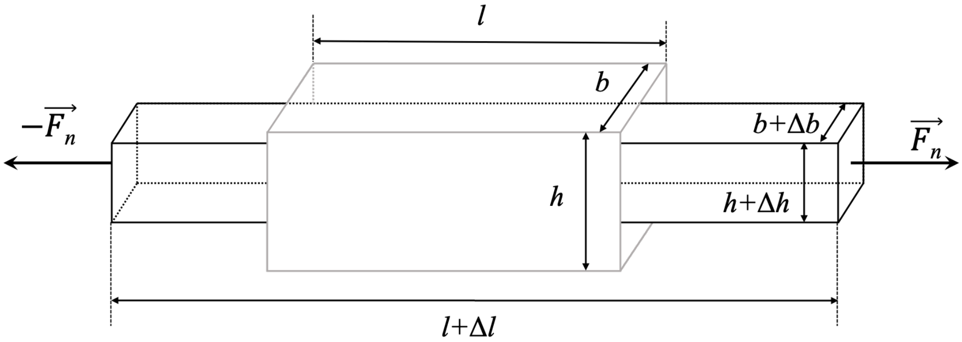


Рис. 1. Упругие деформации.

1. Запишите выражение для коэффициента жесткости k бруска размерами $b \times h \times l$, изготовленного из материала с модулем Юнга E при его растяжении вдоль стороны длиной l.

Для описания деформации тела в направлении, перпендикулярном направлению приложенной силы, используют коэффициент Пуассона μ, связывающий величины продольной $\varepsilon_{||}$ и поперечной $\varepsilon_{\perp}$ деформаций:

$$\varepsilon_{\perp} = \frac{\Delta b}{b} = \frac{\Delta h}{h} = -\mu\varepsilon_{||}. \tag{2}$$

2. Для материала с коэффициентом Пуассона μ и модулем Юнга E свяжите относительное изменение объема $\varepsilon_V = \Delta V/V$ с величиной продольной деформации $\varepsilon_{||}$. Силы, приложенные к бруску, направлены вдоль оси, параллельной стороне длиной l.

Часть 2. Изменение длины

3. Определите площадь внутреннего сечения трубки a и площадь сечения ее стенок A (см. рисунок 2).

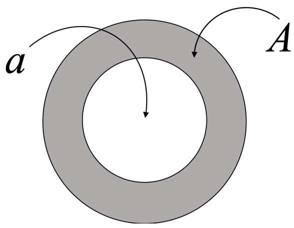


Рис. 2. Внутреннее сечение и сечение стенок трубки.

4. Расположите трубку горизонтально. Закрепите один из ее концов при помощи струбцины. В другой конец вставьте поршень с крючком. Прикрепите к крючку динамометр и измерьте зависимость его показаний от длины трубки l. Постройте график зависимости относительного удлинения трубки ε_l от растягивающей ее силы F. Укажите, на каком участке полученного графика зависимость описывается линейной функцией, и найдите модуль Юнга трубки по этому участку.

5. При изменении длины трубки l изменяется также ее внутренний объем V. Предложите способ, позволяющий зарегистрировать это изменение при неизменном давлении внутри трубки. Проведите измерения для разных удлинений трубки и постройте график зависимости ε_V от ε_l. Определите коэффициент Пуассона материала трубки.

Примечание. Плотность воды считайте равной точно 1 г/см^3.

Оборудование. Трубка силиконовая, шприц на 1 мл, весы, один поршень от шприца с крючком для присоединения динамометра, шприц 20 мл, динамометр 5 Н, струбцина, мерная лента, мерный цилиндр 100 мл, пластиковая чашка с водой, скотч (по требованию).

Решение

Часть 1. Теоретическая

1. Используя приведенные определения, получим $k = Ebh/l$.

2. Выражение для малого относительного изменения объема можно преобразовать следующим образом:

$$\frac{\Delta V}{V} \approx \Delta \ln(V) = \Delta \ln(b) + \Delta \ln(h) + \Delta \ln(l) \approx \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta h}{h} + \frac{\Delta l}{l} = \frac{\Delta l}{l}(1 - 2\mu) \quad (3)$$

Часть 2. Изменение длины

3. Для определения внутреннего сечения трубки наберем воду в часть трубки длиной $l_1 = (100.8 \pm 0.1)$ см. При помощи весов определим массу набранной в трубку воды $m_1 = (11.80 \pm 0.03)$ г. Зная плотность воды $\rho = 1.0$ г/см^3, получаем для внутреннего сечения трубки:

$$a = \frac{m_1}{\rho l_1} = (11.71 \pm 0.04)\ \text{мм}^2. \quad (4)$$

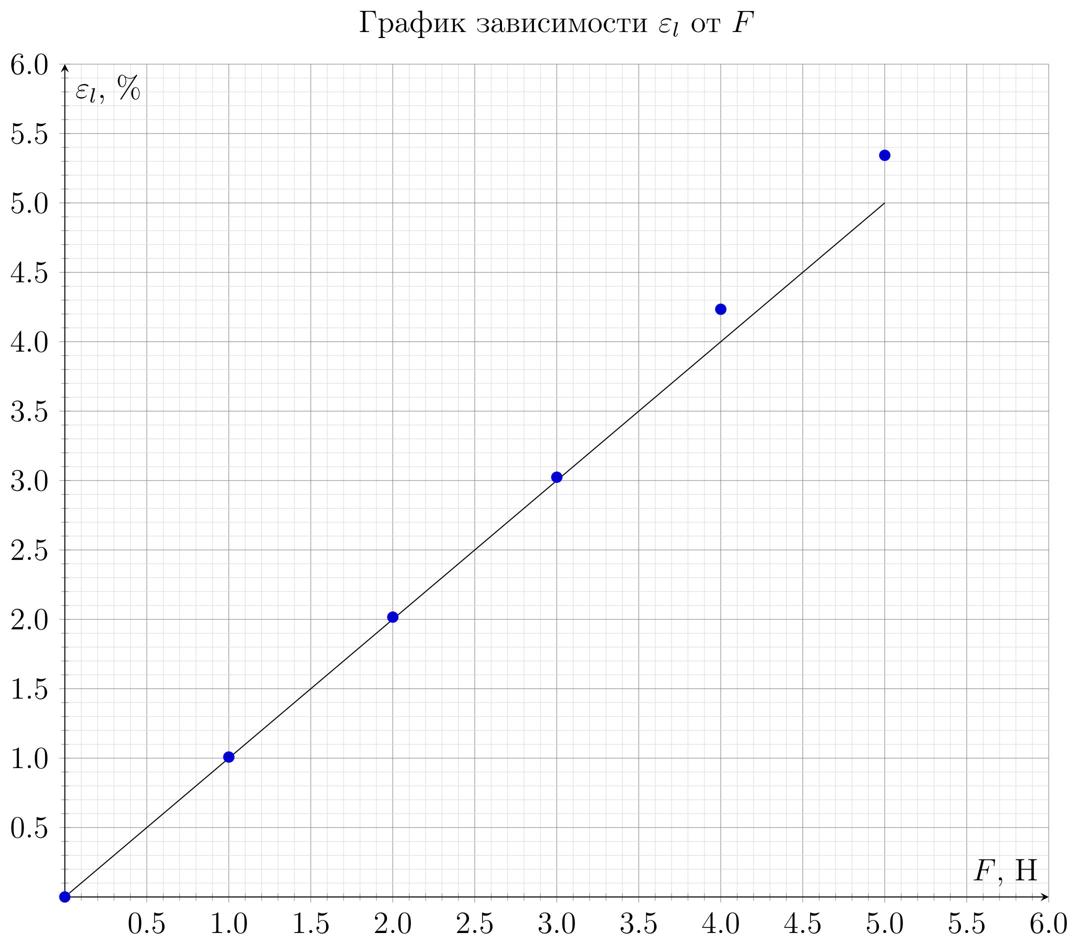
Для определения площади сечения стенок трубки опустим ее часть длиной $l_2 = (15.0 \pm 0.1)$ см в мерный цилиндр, поставленный на весы, придерживая трубку так, чтобы она не касалась дна и стенок мерного цилиндра. На воду в цилиндре будет действовать сила (равная, по третьему закону Ньютона, силе Архимеда, действующей на трубку), которая приведет к изменению показаний весов на величину $m_2 = (4.06 \pm 0.03)$ г. Отсюда для сечения стенок трубки получим:

$$A = \frac{m_2}{\rho l_2} = (27.1 \pm 4.0)\ \text{мм}^2. \quad (5)$$

4. Снимем зависимость длины трубки $\varepsilon_l = \Delta l/l$ от растягивающей ее силы F:

l, см	F, Н	ε_l, %
99.2	0.0	0.00
100.2	1.0	1.01
101.2	2.0	2.02
102.2	3.0	3.02
103.4	4.0	4.23
104.5	5.0	5.34

Построим график полученной зависимости:



На начальном этапе график соответствует прямой линии. В этих пределах можно считать, что длина трубки и сечение ее стенок неизменно. Дальнейшее отклонение графика от прямой линии свидетельствует об уменьшении сечения стенок трубки, что приводит к уменьшению коэффициента жесткости. Определим угловой коэффициент линии, аппроксимирующей график на начальном этапе $k_1 = (1.00 \pm 0.04) \cdot 10^{-2}$ Н$^{-1}$. С учетом площади сечения стенок трубки получим для модуля Юнга:

$$E = (Ak_1)^{-1} = (3.7 \pm 0.2) \cdot 10^6 \text{ Па}. \tag{6}$$

5. Заполним трубку водой практически полностью. Один конец трубки заткнем поршнем от шприца с крючком, а в другой конец вставим корпус второго шприца (левый и правый концы трубки соответственно на рисунке 3). Сообщающийся с атмосферой конец трубки зафиксируем струбциной на столе, а другой будем тянуть рукой.

Рис. 3. Установка для измерения коэффициента Пуассона материала трубки

Объем воды внутри трубки трубки неизменен. Обозначим этот объем v. Тогда объем всей трубки можно рассчитать как:

$$V = v\frac{y}{y-x}, \tag{7}$$

а его относительное изменение так:

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{y}{y_0}\frac{y_0 - x_0}{y - x} - 1. \tag{8}$$

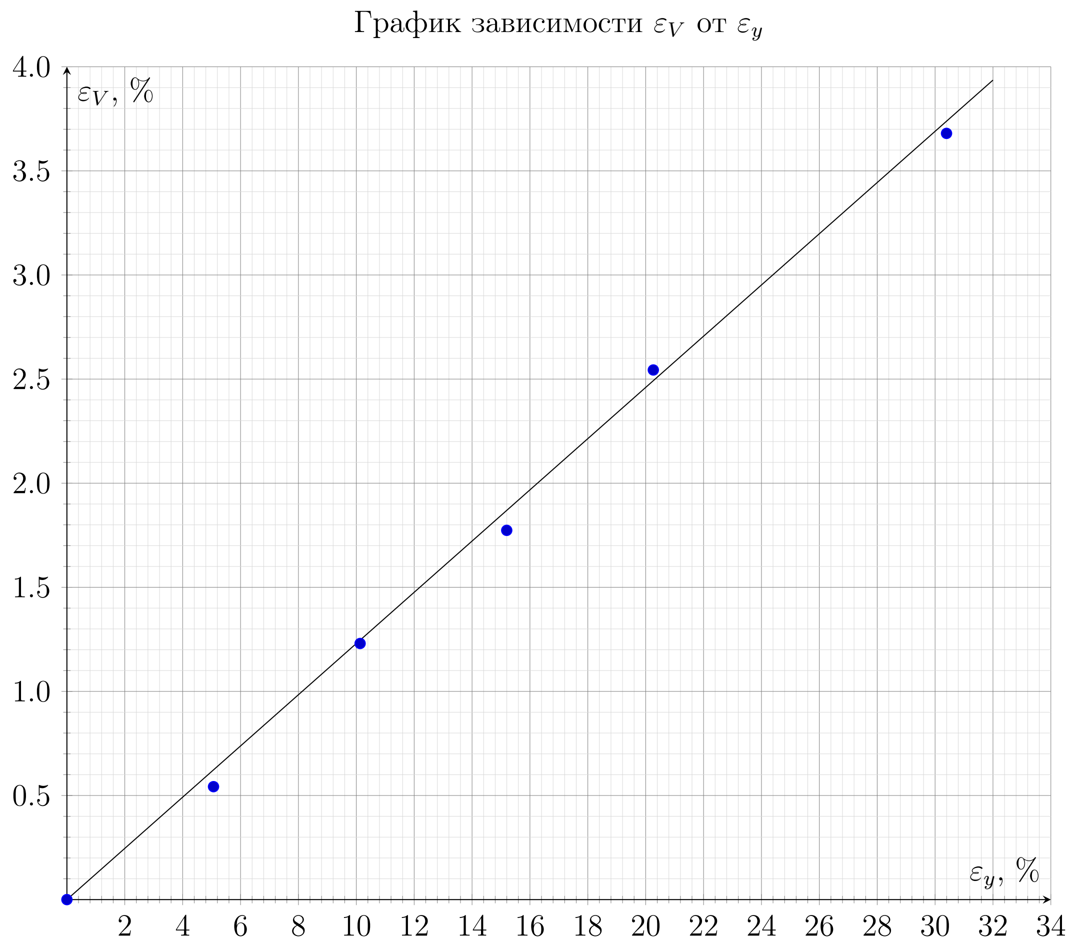
По аналогии с пунктом 2 можно получить:

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{\Delta y}{y_0} - \frac{\Delta a}{a_0} = \frac{\Delta y}{y_0}(1 - 2\mu). \tag{9}$$

Снимем зависимость координаты жидкости в трубке x от длины трубки y. Рассчитаем относительное удлинение трубки и относительное изменение объема ее внутренней части для каждой ее длины.

y, см	x, см	ε_y, %	ε_V, %
98.7	0.9	0.00	0.00
103.7	1.5	5.07	0.54
108.7	2.3	10.13	1.23
113.7	3.0	15.20	1.77
118.7	4.0	20.26	2.54
128.7	5.7	30.40	3.68

Построим график зависимости $\varepsilon_V(\varepsilon_y)$:



Угловой коэффициент прямой, описывающей зависимость, составляет $k_2 = 0.123 \pm 0.004$. Откуда коэффициент Пуассона:

$$\mu = \frac{1 - k_2}{2} = 0.438 \pm 0.002 \tag{10}$$